

Bac S – Pondichéry – avril 2009

Exercice 2 (5 points)

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 2 cm.

Soit A et B les points d'affixes respectives : $z_A = i$ et $z_B = 1 + 2i$.

1) Justifier qu'il existe une similitude directe S telle que : $S(O) = A$ et $S(A) = B$.

2) Montrer que l'écriture complexe de S est : $z' = (1 - i)z + i$.

On considère la suite de points (A_n) telle que :

- A_0 est l'origine du repère et,
- pour tout entier naturel n , $A_{n+1} = S(A_n)$.

On note z_n l'affixe de A_n (on a donc $A_0 = O$, $A_1 = A$ et $A_2 = B$).

3) a. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $z_n = 1 - (1 - i)^n$.

b. Déterminer, en fonction de n , les affixes des vecteurs $\overrightarrow{\Omega A_n}$ et $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$.

Comparer les normes de ces vecteurs et calculer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{\Omega A_n}, \overrightarrow{A_n A_{n+1}})$.

c. En déduire une construction du point A_{n+1} connaissant le point A_n .

Construire les points A_3 et A_4 .

4) Quels sont les points de la suite (A_n) appartenant à la droite (ΩB) ?