

Bac S – Asie – juin 2009 – 5 points

Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1) On se propose, dans cette question, de déterminer tous les entiers relatifs N tels que

$$\begin{cases} N \equiv 5 \pmod{13} \\ N \equiv 1 \pmod{17} \end{cases}$$

a. Vérifier que 239 est solution de ce système.

b. Soit N un entier relatif solution du système.

Démontrer que N peut s'écrire sous la forme $N = 1 + 17x = 5 + 13y$ où x et y sont deux entiers relatifs vérifiant la relation $17x - 13y = 4$.

c. Résoudre l'équation $17x - 13y = 4$ où x et y sont deux entiers relatifs.

d. En déduire qu'il existe un entier relatif k tel que $N = 18 + 221k$.

e. Démontrer l'équivalence entre $N \equiv 18 \pmod{221}$ et $\begin{cases} N \equiv 5 \pmod{13} \\ N \equiv 1 \pmod{17} \end{cases}$.

2) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

a. Existe-t-il un entier naturel k tel que $10^k \equiv 1 \pmod{17}$?

b. Existe-t-il un entier naturel l tel que $10^l \equiv 18 \pmod{221}$?